

## **Temario de Álgebra Lineal**

### **Conjuntos y números.**

Elementos de lógica formal. Teoría elemental de conjuntos. Relaciones, correspondencias y aplicaciones. Los números naturales y el principio de inducción. Los números racionales y la recta real.

### **Los números complejos.**

Definición axiomática e interpretación geométrica. Operaciones con números complejos. Propiedades.

### **Estructuras algebraicas.**

Teoría elemental de grupos, anillos, ideales y cuerpos. Cuerpos finitos.

### **Espacios vectoriales.**

Definición y ejemplos. Subespacios vectoriales. Suma e intersección. Dependencia e independencia lineal de vectores. Base y dimensión. El espacio vectorial cociente.

### **Aplicaciones lineales entre espacios vectoriales.**

Definición y propiedades. Núcleo e imagen. Inyectividad en dimensión finita. Factorización canónica de un homomorfismo. El espacio  $L(E,F)$  y el espacio dual.

### **Matrices y aplicaciones lineales.**

Matriz de una aplicación lineal. Cambio de base. Suma y producto matriciales. Producto matricial y combinaciones lineales. Matrices elementales.

### **Rango matricial e invertibilidad.**

Rango matricial. Igualdad de rango por filas y por columnas. Cálculo del rango: reducción gaussiana. Matriz inversa. Condiciones de invertibilidad. Cálculo de la matriz inversa.

### **Determinantes.**

Formas multilineales alternadas. Función determinante. Teorema de unicidad de formas multilineales alternadas. Regla del producto. Propiedades y cálculo del determinante. Rango y determinante. Expresión de la matriz inversa.

### **Sistemas de ecuaciones lineales.**

Resolución por reducción gaussiana. Clasificación general de sistemas. Teorema de Rouché. Regla de Cramer.

### **Geometría elemental.**

Planos y rectas. Áreas y volúmenes. Superficies regladas en  $\mathbf{R}^3$ .

### **Polinomios con coeficientes en un cuerpo.**

Funciones polinómicas y polinomios. División entera. Regla del resto. Teorema fundamental del Álgebra. Descomposición factorial. Raíces múltiples y derivación. Máximo común divisor. Fórmulas de Cardano.

### **Formas bilineales y cuadráticas.**

Formas bilineales. Formas cuadráticas. Cambio lineal de variables. Diagonalización de formas cuadráticas por congruencia. Ley de inercia de Sylvester. Clasificación de formas cuadráticas. Caracterización de formas cuadráticas definidas. Factorización de Choleski.

### **Diagonalización y aplicaciones.**

Valores y vectores propios de un endomorfismo. Definición y propiedades. Independencia lineal de vectores propios. Semejanza de matrices. Diagonalización. Teorema de caracterización de matrices diagonalizables. Polinomios de matrices. Polinomio mínimo y característico. Forma de Jordan.

### **Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales y ecuaciones en diferencias.**

Sistemas de primer orden con coeficientes constantes: existencia y unicidad de solución. Cálculo de la exponencial de matrices diagonalizables y no diagonalizables. Reducción de ecuaciones de orden superior a sistemas de primer orden. Resolución de ecuaciones en diferencias y de sistemas de ecuaciones en diferencias de primer orden.

### **Espacios euclídeos y hermíticos.**

Producto escalar y norma. Propiedades. Desigualdad de Cauchy-Schwarz. Ortogonalidad. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt. Matrices ortogonales. Proyección y simetría. Giros en  $\mathbf{R}^3$ . Operador adjunto. Problema de mínimos cuadrados.

### **Teorema de Schur. Teorema espectral.**

Teorema de Schur. Teorema de Cayley-Hamilton. Matrices normales y diagonalización unitaria. Teorema espectral. Diagonalización ortogonal de formas cuadráticas. Clasificación general de cónicas y cuádricas.

### **Valores y vectores propios generalizados.**

Valores y vectores propios generalizados. Diagonalización simultánea de matrices. B-ortogonalidad de vectores propios generalizados. Cocientes de dos formas cuadráticas. Resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden. Valores singulares de una matriz.

### **Resolución numérica de sistemas lineales.**

Normas de matrices. Número de condición de una matriz. Sistemas mal condicionados. Métodos directos e iterativos para la resolución de sistemas lineales.

Madrid, a            de            de            .