

# TEMARIO DE LA ASIGNATURA ECUACIONES DIFERENCIALES.

Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales.

CURSO 2015-16.

## 1 Temario de la asignatura.

**Tema 1.**– MÉTODOS ELEMENTALES DE RESOLUCIÓN DE E.D.O.

- Definiciones sobre ecuaciones diferenciales ordinarias (E.D.O.).– Soluciones.– Problemas de valor inicial o de Cauchy.
- Ecuaciones diferenciales exactas.– Obtención de la función potencial.
- E.D.O. de variables separables.– E.D.O. homogéneas.
- E.D.O. lineales de primer orden.– E.D.O. de Bernoulli.
- Cambios de variable.– Reducción del orden.

**Tema 2.**– SISTEMAS DIFERENCIALES LINEALES DE PRIMER ORDEN Y COEFICIENTES CONSTANTES.

- Sistemas de E.D.O. lineales de primer orden y coeficientes constantes.– Escritura matricial  $X' = AX$ .– Problema de valor inicial.
- Matriz  $A$  diagonalizable en  $\mathbf{R}$  y en  $\mathbf{C}$ .– Expresión de la solución general del sistema diferencial en términos de los autovalores y autovectores de la matriz  $A$ .
- Caso general: exponencial de una matriz.– Métodos de cálculo.– Expresión de la solución de un problema de valor inicial.
- Sistemas diferenciales no homogéneos.– Fórmula de variación de las constantes.
- Espacio de fases de los sistemas diferenciales lineales en el plano.– Clasificación: nodos, puertos, focos y centros.
- Algunos ejemplos de sistemas diferenciales lineales con coeficientes variables.

**Tema 3.**– ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES DE ORDEN  $n$   
Y COEFICIENTES CONSTANTES.

- E.D.O. lineales de orden  $n$  y coeficientes constantes.– El sistema diferencial equivalente.– Sistema fundamental de soluciones.– Problema de valor inicial.
- Caso no homogéneo: métodos de variación de las constantes y de los coeficientes indeterminados.
- E.D.O. lineales de orden  $n$  y coeficientes variables: reducción del orden.– Ecuaciones de Euler.

**Tema 4.**– SISTEMAS DIFERENCIALES NO LINEALES.

- Sistemas diferenciales no lineales autónomos.– Existencia y unicidad de solución del problema de valor inicial. Prolongación de soluciones.
- Órbitas o trayectorias.– Puntos de equilibrio.– Espacio de fases y espacio de fases ampliado.
- Integrales primeras.
- Puntos de equilibrio estables, asintóticamente estables e inestables.– Estabilidad de los puntos de equilibrio por el método de linealización.– Puntos de equilibrio hiperbólicos: puertos, sumideros y fuentes.– Teorema de Hartman-Grossman.
- Estabilidad por el método directo de Lyapunov.– Funciones de Lyapunov.
- Órbitas cerradas y ciclos límite.
- Sistemas diferenciales planos.– Teoremas de Poincaré, Bendixson y Poincaré-Bendixson.
- Aplicaciones: Sistemas mecánicos conservativos.– Teorema de conservación de la energía.
- Modelos en Ecología: Modelo predador-presa de Lotka-Volterra.– Especies en competición.– Otros ejemplos: Modelos en Electricidad, Economía, etc.
- Nociones sobre los sistemas dinámicos dependientes de un parámetro.

**Tema 5.**– INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES EN DERIVADAS PARCIALES.– MÉTODO DE SEPARACIÓN DE VARIABLES.

- Desarrollo en serie de Fourier trigonométrica de una función periódica.
- Ecuaciones en derivadas parciales (E.D.P.) lineales de segundo orden y dos variables independientes.– Ecuaciones de la Física Matemática: ecuación de ondas, de Laplace y del calor.
- Resolución de E.D.P. por el método de separación de variables.– Problema de autovalores y autofunciones.– Obtención de solución formal.
- Problemas de contorno formulados en coordenadas polares en el plano.– Problema de Dirichlet para la ecuación de Laplace.– Fórmula de Poisson.

## 2 Bibliografía recomendada.

- E. Sánchez, J. González y J. Gutiérrez. *Sistemas Dinámicos. Una introducción a través de ejercicios*. Sección de Publicaciones de la E.T.S.I. Industriales de la U.P.M.
- D.G. Zill y M.R. Cullen (2002) *Ecuaciones Diferenciales con Problemas de Valores en la Frontera*. Thomson Learning.
- R. Nagle y E. Saff (1992) *Fundamentos de Ecuaciones Diferenciales*. Addison Wesley Iberoamericana.