

# GUÍA DE LA ASIGNATURA ECUACIONES DIFERENCIALES.

Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales.

CURSO 2012-13.

## 1 Objetivos docentes y metodología.

Los contenidos de esta asignatura se orientan esencialmente al estudio de las ecuaciones diferenciales ordinarias junto con una introducción al método de separación de variables para la resolución de problemas de contorno y de valor inicial formulados en términos de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

El objetivo fundamental que se persigue en el desarrollo de esta asignatura es el de iniciar a los alumnos en procedimientos de modelado de procesos naturales (físicos, químicos, biológicos, etc.) proporcionando un panorama de técnicas lo más amplio posible, dirigido hacia las aplicaciones.

Un temario detallado de la asignatura, con información bibliográfica y una colección de problemas propuestos, que ha de ser de gran ayuda para el estudio, están a disposición de los alumnos.

## 2 Métodos de evaluación.

- La evaluación continua consistirá en dos pruebas. La primera prueba parcial se referirá a toda la materia explicada hasta la fecha de su realización y su calificación será el 40% de la calificación definitiva por evaluación continua. La segunda prueba será global, su contenido se referirá al temario completo de la asignatura y su calificación constituirá el 60% de la calificación definitiva por evaluación continua.
- Ambas pruebas se realizarán en las fechas fijadas oficialmente por la Jefatura de Estudios.
- Los exámenes finales de la asignatura en sus convocatorias ordinaria y extraordinaria se realizarán en las fechas fijadas oficialmente por la Jefatura de Estudios.
- Las pruebas de evaluación continua y los exámenes finales de la asignatura serán de contenido práctico. Constarán de diversos ejercicios y problemas cuya puntuación desglosada se indicará en cada uno de ellos. Para su realización no se permitirá el uso de libros, apuntes, ni ningún tipo de calculadora ni ordenador personal. Su duración se fijará en cada

caso, según la disponibilidad de la Jefatura de Estudios, pero con un máximo de dos horas y media.

- En cada sesión de examen, los alumnos deberán identificarse presentando un carnet oficial y se efectuará un control de asistencia.

### 3 Tutorías.

El profesorado de la asignatura estará a disposición de los alumnos en un horario de tutorías que se hará público a principios de curso.

### 4 Temario de la asignatura.

**Tema 1.**– MÉTODOS ELEMENTALES DE RESOLUCIÓN DE E.D.O.

- Definiciones sobre ecuaciones diferenciales ordinarias (E.D.O.)– Soluciones.– Problemas de valor inicial o de Cauchy.
- Ecuaciones diferenciales exactas.– Obtención de la función potencial.
- E.D.O. de variables separables.– E.D.O. homogéneas.
- E.D.O. lineales de primer orden.– E.D.O. de Bernoulli.
- Cambios de variable.– Reducción del orden.

**Tema 2.**– SISTEMAS DIFERENCIALES LINEALES DE PRIMER ORDEN Y COEFICIENTES CONSTANTES.

- Sistemas de E.D.O. lineales de primer orden y coeficientes constantes.– Escritura matricial  $X' = AX$ .
- Matriz  $A$  diagonalizable en  $\mathbf{R}$  y en  $\mathbf{C}$ .– Expresión de la solución general del sistema diferencial en términos de los autovalores y autovectores de la matriz  $A$ .
- Caso general: exponencial de una matriz.– Métodos de cálculo.– Expresión de la solución de un problema de valor inicial.
- Sistemas diferenciales no homogéneos.– Fórmula de variación de las constantes.
- Espacio de fases de los sistemas diferenciales lineales en el plano.– Clasificación: nodos, puertos, focos y centros.

- Algunos ejemplos de sistemas diferenciales lineales con coeficientes variables.

**Tema 3.**– ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES DE ORDEN  $n$  Y COEFICIENTES CONSTANTES.

- E.D.O. lineales de orden  $n$  y coeficientes constantes.– Sistema fundamental de soluciones.
- Caso no homogéneo: métodos de variación de las constantes y de los coeficientes indeterminados.
- E.D.O. lineales de orden  $n$  y coeficientes variables: reducción del orden.– Ecuaciones de Euler.

**Tema 4.**– SISTEMAS DIFERENCIALES NO LINEALES.

- Sistemas diferenciales no lineales autónomos.– Existencia y unicidad de solución del problema de valor inicial. Prolongabilidad de soluciones.
- Órbitas o trayectorias.– Puntos de equilibrio.– Espacio de fases y espacio de fases ampliado.
- Integrales primeras.
- Puntos de equilibrio estables, asintóticamente estables e inestables.– Estabilidad de los puntos de equilibrio por el método de linealización.– Puntos de equilibrio hiperbólicos.– Teorema de Hartman-Grossman.
- Estabilidad por el método directo de Lyapunov.– Funciones de Lyapunov.
- Órbitas cerradas y ciclos límite.
- Sistemas diferenciales planos.– Teoremas de Poincaré, Bendixson y Poincaré-Bendixson.
- Aplicaciones: Sistemas mecánicos conservativos.– Teorema de conservación de la energía.
- Modelos en Ecología: Modelo predador-presa de Lotka-Volterra.– Especies en competición.– Otros ejemplos: Modelos en Electricidad, Economía, etc.
- Nociones sobre los sistemas dinámicos dependientes de un parámetro.

**Tema 5.**– INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES.– MÉTODO DE SEPARACIÓN DE VARIABLES.

- Desarrollo en serie de Fourier trigonométrica de una función periódica.
- Ecuaciones en derivadas parciales (E.D.P.) lineales de segundo orden y dos variables independientes.– Ecuaciones de la Física Matemática: ecuación de ondas, de Laplace y del calor.
- Resolución de E.D.P. por el método de separación de variables.– Problema de autovalores y autofunciones.– Obtención de solución formal.
- E.D.P. no homogéneas con condiciones de contorno homogéneas.–E.D.P. no homogéneas con condiciones de contorno no homogéneas.
- Problemas de contorno formulados en coordenadas polares en el plano.– Problema de Dirichlet para la ecuación de Laplace.– Fórmula de Poisson.

## 5 Bibliografía recomendada.

- E. Sánchez, J. González y J. Gutiérrez (2010) *Sistemas Dinámicos. Una introducción a través de ejercicios*. Segunda Edición. Sección de Publicaciones de la E.T.S.I. Industriales de la U.P.M.
- D.G. Zill y M.R. Cullen (2002) *Ecuaciones Diferenciales con Problemas de Valores en la Frontera*. Thomson Learning.
- R. Nagle y E. Saff (1992) *Fundamentos de Ecuaciones Diferenciales*. Addison Wesley Iberoamericana.