

**E.T.S. de INGENIEROS INDUSTRIALES DE LA U.P.M.  
GRADO DE INGENIERÍA QUÍMICA  
PROGRAMA DE CÁLCULO II**

---

**El espacio métrico  $\mathbf{R}^n$ .**

La geometría del espacio euclídeo  $\mathbf{R}^n$ . Normas vectoriales. Distancias en  $\mathbf{R}^n$ . Extensión de las nociones de convergencia, límite y continuidad. Nociones topológicas básicas en  $\mathbf{R}^n$ . Propiedades fundamentales de las funciones continuas.

**Derivación de funciones reales de varias variables.**

Funciones reales de varias variables. Representación gráfica. Conjuntos de nivel. Derivadas parciales. Significado geométrico. Funciones diferenciables. Continuidad y derivabilidad de las funciones diferenciables. Derivadas direccionales. Vector gradiente y su significado geométrico. Condición suficiente de diferenciabilidad.

**Curvas e integrales curvilíneas.**

Curvas parametrizadas en  $\mathbf{R}^n$ . Derivación de funciones vectoriales de una variable. La regla de la cadena (caso particular) Longitud de una curva. Circulación de un campo vectorial sobre una curva. Campos conservativos y campos de gradientes.

**Derivadas sucesivas de funciones reales de varias variables.**

Derivadas parciales sucesivas. Independencia del orden de derivación. Condición necesaria para que un campo diferenciable sea conservativo. Rotacional de un campo vectorial. Existencia de campos irrotacionales no conservativos. Matriz hessiana de una función. La fórmula de Taylor para funciones de varias variables.

**Extremos libres de funciones de varias variables.**

Extremos locales y globales de una función. Puntos estacionarios. Condiciones necesarias de extremo local. Matrices definidas positivas. El criterio de Sylvester. Condiciones suficientes de extremo local. Problemas de ajuste por mínimos cuadrados.

**Diferenciación de aplicaciones vectoriales de varias variables.**

Aplicaciones diferenciables. Plano tangente y recta normal a una superficie descrita paramétricamente. Matriz jacobiana de una aplicación. Regla de la cadena. Determinante jacobiano. Expresión del laplaciano en coordenadas polares.

**Funciones implícitas y extremos condicionados.**

Existencia de funciones implícitamente definidas por una curva ecuación. Derivación de funciones implícitas. Generalización a sistemas de ecuaciones. El teorema de la aplicación inversa. Problemas de extremos condicionados. Multiplicadores de Lagrange.

**Integrales dobles y triples.**

La integral múltiple. Propiedades básicas de la integral. Promedio integral. Aplicación de la integral múltiple a la geometría de masas. Cálculo de integrales mediante

integración reiterada.

### **Cambios de variables en integrales múltiples.**

El determinante como volumen. Cambios del área y el volumen con una transformación no lineal. Sumas de Riemann para integrales múltiples. Fórmula del cambio de variables en integrales múltiples. Elemento de área en coordenadas polares. Elemento de volumen en coordenadas cilíndricas y esféricas.

### **Integrales de superficie.**

Área de un paralelogramo en el espacio. Elemento de área de una superficie descrita paramétricamente. Expresión del área de un casquete de superficie mediante una integral doble. Ejemplos de cálculo de áreas. Superficies orientables. Flujo de un campo vectorial a través de una superficie.

### **Los teoremas integrales del análisis vectorial.**

La fórmula de Green-Riemann. Expresión del área encerrada por una curva mediante una integral curvilínea. El teorema de la divergencia. Ángulo sólido de visión de un casquete de superficie. Deducción de la ecuación del calor. Otras aplicaciones. La fórmula de Stokes. Aplicación al electromagnetismo.