

PROGRAMA DE CÁLCULO I. CURSO 2014-15.

Tema 1. La recta real. Aplicaciones: generalidades.

Los números naturales, enteros, racionales y reales. La recta real: relación de orden, desigualdades e intervalos. El valor absoluto de un número real. Conjuntos acotados: máximo, mínimo, supremo e ínfimo de un conjunto. Propiedad del supremo. Densidad de los racionales en los reales. Noción de función. Tipos de funciones. Operaciones elementales con funciones, composición de funciones y función inversa.

Tema 2. Sucesiones y límites de sucesiones.

Definiciones de sucesión, subsucesión y límite de una sucesión. Unicidad del límite. Convergencia de las sucesiones monótonas. Propiedades de los límites. Sucesiones de Cauchy. Completitud de \mathbb{R} . Operaciones elementales con sucesiones. El número e . Cálculo de límites de sucesiones. Sucesiones recurrentes. Sucesiones definidas mediante una aplicación contractiva.

Tema 3. Límites y continuidad de funciones.

Límite de una función en un punto. Unicidad del límite de una función. Caracterización del límite por sucesiones. Propiedades de los límites. Continuidad en un punto. Cálculo de límites de funciones.

Continuidad en un intervalo. Teorema de Bolzano. Teorema de los valores intermedios. Extremos globales. Imagen continua de un intervalo. Continuidad de la inversa.

Tema 4. Derivación.

Definición de derivada de una función en un punto. Interpretación geométrica de la derivada. Derivadas laterales. Derivabilidad y continuidad. Derivadas sucesivas de una función.

Reglas de derivación. Regla de Leibniz. Regla de la cadena. Derivada de la función inversa.

Tema 5. Teoremas del valor medio.

Extremos locales. Condición necesaria de extremo local. El teorema de Rolle. Separación de ceros.

Teorema del valor medio de Lagrange. Funciones con derivada nula y funciones con derivada positiva en un intervalo. Existencia local de la función inversa. Condiciones suficientes de extremo local. Teorema del punto fijo.

Tema 6. Convexidad y puntos de inflexión. Límites indeterminados.

Funciones convexas y cóncavas. Propiedades de las funciones convexas. Puntos de inflexión.

Regla de L'Hôpital: los casos $0/0$ e ∞/∞ . Reiteración de la regla de L'Hôpital.

Tema 7. Fórmula de Taylor.

Ordenación de un polinomio en potencias de $x - a$. Definición de polinomio de Taylor de una función. Fórmula de Taylor con resto infinitesimal (Aproximación de orden n). Unicidad del polinomio de Taylor. Condición suficiente de extremo local y de punto de inflexión. Polinomios de Taylor de funciones elementales. Propiedades básicas de la o pequeña de Landau. Álgebra de los polinomios de Taylor. Polinomio de Taylor de orden n con resto de Lagrange. Acotaciones del resto.

Tema 8. Integración.

Las sumas de Darboux. Integrales superior e inferior. Definición de integral: funciones integrables. Criterio de integrabilidad. Integrabilidad de las funciones monótonas. Sumas de Riemann. La integral como límite de sumas.

Propiedades de la integral: linealidad de la integral. Integrabilidad del producto. Monotonía de la integral. El promedio integral. Acotación modular. La integral como función del intervalo.

Tema 9. Teoremas fundamentales del Cálculo.

Integración de las funciones continuas y continuas a trozos. El teorema del valor medio del cálculo integral. Regla de Barrow. Fórmula de integración por partes. Fórmula de cambio de variables.

La integral como función del límite superior de integración. Continuidad de la función integral. Teorema fundamental del Cálculo: primitiva de una función continua.

Tema 10. Funciones elementales.

Funciones logarítmica y exponencial. Funciones trigonométricas.

Tema 11. Cálculo elemental de primitivas.

Integración por partes. Integración por sustitución (cambio de variable en una integral). Descomposición en fracciones simples: integración de funciones racionales. Integración de funciones trigonométricas. Integración de funciones con radicandos cuadráticos.

BIBLIOGRAFIA.

Libros de Teoría.

- **Riaza R. y Alvarez M.** Cálculo infinitesimal. Sociedad de Amigos de la E.T.S.I. Industriales U.P.M.
- **Courant R. y John F.** Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático. Ed. Limusa.
- **Spivak M.** Calculus. Ed. Reverté.

Libros de Problemas.

- **Ruiz J.** Cuestiones de Cálculo. Varios ejemplares están a disposición de los alumnos en la biblioteca de la E.T.S.I. Industriales U.P.M.
- **Liashkó I.I. et al.** Matemática Superior. Problemas resueltos. Ed. URSS.
- **García Lázaro, P, Riaza Pérez, R, Rincón Ortega, A y Tablada Cruz, M.** Problemas de Cálculo Infinitesimal. Calculo I. Sección de Publicaciones E.T.S.I. Industriales U.P.M.
- **Fernández de las Heras, L, García Lázaro, P, Rincón Ortega, A y Tablada Cruz, M.** Problemas de examen. Calculo I. Sección de Publicaciones E.T.S.I. Industriales U.P.M.