

# PROGRAMA DE CÁLCULO I. CURSO 2015-16.

## Tema 1. La recta real.

Los números naturales, enteros, racionales y reales. El valor absoluto de un número real. La recta real: relación de orden, desigualdades e intervalos. Máximo, mínimo, supremo e ínfimo de un conjunto. Conjuntos acotados: propiedad del supremo. Densidad de los racionales en los reales.

## Tema 2. Sucesiones y límites de sucesiones.

Definiciones de sucesión y límite de una sucesión. Unicidad del límite. Propiedades de los límites. Límite de la suma, del producto y del cociente de dos sucesiones. Límites infinitos. Convergencia de sucesiones monótonas. El número  $e$ . Sucesiones de Cauchy. Completitud de  $\mathbb{R}$ . Sucesiones definidas mediante una aplicación contractiva.

## Tema 3. Límites y continuidad de funciones.

**3.1.** Noción de función. Tipos de funciones. Operaciones elementales con funciones. Función inversa. Funciones elementales.

**3.2.** Continuidad en un punto. Límite de una función en un punto. Convergencia y continuidad. Álgebra de funciones continuas.

**3.3.** Continuidad en un intervalo. Teorema de Bolzano. Teorema de los valores intermedios. Extremos globales. Imagen continua de un intervalo. Continuidad de la inversa.

## Tema 4. Derivación.

**4.1.** Definición de derivada. Tangente a una curva. Derivabilidad y continuidad. Derivadas laterales. Derivadas sucesivas.

**4.2.** Reglas de derivación. Regla de la cadena. Derivada de la función inversa. Regla de Leibniz. Derivadas de las funciones elementales.

## Tema 5. Teoremas del valor medio.

**5.1.** Condición necesaria de extremo local. El teorema de Rolle. Separación de ceros.

**5.2.** Teorema del valor medio de Lagrange. Funciones con derivada nula y funciones con derivada positiva en un intervalo. Condiciones suficientes de extremo local.

## Tema 6. Límites indeterminados y convexidad.

**6.1.** Regla de L'Hôpital: los casos  $0/0$  e  $\infty/\infty$ . Reiteración de la regla de L'Hôpital.

**6.2.** Funciones convexas. Propiedades de las funciones convexas. Convexidad y derivación.

## **Tema 7. Fórmula de Taylor.**

Ordenación de un polinomio en potencias de  $x - a$ . Definición de polinomio de Taylor de una función. Fórmula de Taylor con resto infinitesimal. Polinomios de Taylor de funciones elementales. Álgebra de los polinomios de Taylor. Resto de Lagrange. Acotaciones del resto. Estudio local de una función.

## **Tema 8. Integración.**

**8.1.** Las sumas de Darboux. Integrales superior e inferior. Definición de integral: funciones integrables. Criterio de integrabilidad. Sumas de Riemann. La integral como límite.

**8.2.** Propiedades de la integral: linealidad de la integral. Integrabilidad del producto. Monotonía de la integral. El promedio integral. Acotación modular. La integral como función del intervalo.

## **Tema 9. Teoremas fundamentales del Cálculo.**

**9.1.** Integración de las funciones continuas y continuas a trozos. El teorema del valor medio. Regla de Barrow.

**9.2.** La integral como función del límite superior. Continuidad. Teorema fundamental del Cálculo: primitiva de una función continua.

**9.3.** Funciones exponencial y logarítmica. Funciones ciclométricas.

## **Tema 10. Cálculo elemental de primitivas.**

Integración por partes. Integración por sustitución (cambio de variable en una integral). Descomposición en fracciones simples: integración de funciones racionales. Integración de funciones trigonométricas. Integración de algunas funciones irracionales.

# BIBLIOGRAFIA.

## Libros de Teoría.

- **Riaza R. y Alvarez M.** Cálculo infinitesimal. Sociedad de Amigos de la E.T.S.I. Industriales U.P.M.
- **Courant R. y John F.** Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático. Ed. Limusa.
- **Spivak M.** Calculus. Ed. Reverté.

## Libros de Problemas.

- **Ruiz J.** Cuestiones de Cálculo. Varios ejemplares están a disposición de los alumnos en la biblioteca de la E.T.S.I. Industriales U.P.M.
- **Liashkó I.I. et al.** Matemática Superior. Problemas resueltos. Ed. URSS.
- **García Lázaro, P, Riaza Pérez, R, Rincón Ortega, A y Tablada Cruz, M.** Problemas de Cálculo Infinitesimal. Calculo I. Sección de Publicaciones E.T.S.I. Industriales U.P.M.
- **Fernández de las Heras, L, García Lázaro, P, Rincón Ortega, A y Tablada Cruz, M.** Problemas de examen. Calculo I. Sección de Publicaciones E.T.S.I. Industriales U.P.M.