

Programa de Álgebra. Curso 2016/2017.

Titulación: Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

Primer semestre, 6 créditos ECTS.

Tema 1.- Los espacios vectoriales \mathbb{R}^n y \mathbb{C}^n .

- 1.1 Definición. Combinaciones lineales. Clausura lineal. Dependencia e independencia lineal. Subespacios vectoriales.
- 1.2 Bases. Dimensión. Intersección y suma de subespacios. Suma directa. Subespacios suplementarios. La relación de Grassmann.

Tema 2.- Matrices y sistemas lineales.

- 2.1 Matrices. Aplicaciones lineales. Composición de aplicaciones lineales y producto matricial.
- 2.2 Imagen y núcleo de una matriz. Núcleo e inyectividad.
- 2.3 Rango. Operaciones de reducción gaussiana. Matriz de cambio de base.
- 2.4 Sistemas lineales. Estructura de las soluciones. Teorema de Rouché-Frobenius. Resolución de sistemas por reducción gaussiana.

Tema 3.- Producto escalar y ortogonalidad.

- 3.1 Producto escalar y norma asociada en \mathbb{R}^n . Desigualdades de Cauchy-Schwarz y triangular.
- 3.2 Ortogonalidad. El suplementario ortogonal. El teorema de la proyección ortogonal. Familias ortogonales. Bases ortonormales. Matrices ortogonales. El método de ortonormalización de Gram-Schmidt. Factorización **QR**.
- 3.3 Extensión a \mathbb{C}^n .

Tema 4.- Proyecciones ortogonales y sus aplicaciones.

- 4.1 Matriz de proyección ortogonal sobre un subespacio.
- 4.2 El problema de mínimos cuadrados. Soluciones de mínimos cuadrados de un sistema. Solución de mínima norma de un sistema compatible indeterminado. Solución de mínimos cuadrados y mínima norma de un sistema.
- 4.3 Matriz de simetría ortogonal respecto a un subespacio.
- 4.4 El producto vectorial en \mathbb{R}^3 .
- 4.5 Giros en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 .

Tema 5.- Reducción por semejanza de una matriz.

- 5.1 Matrices semejantes y matrices diagonalizables.
- 5.2 Valores y vectores propios. Polinomio característico.
- 5.3 Diagonalización. Teorema de Cayley-Hamilton. Aplicaciones.

Tema 6.- **Matrices normales.**

- 6.1 Semejanza unitaria y diagonalización unitaria.
- 6.2 Matrices normales.
- 6.3 Teorema espectral. Aplicación a matrices hermíticas, antihermíticas y unitarias. Descomposición espectral.
- 6.4 Matrices reales simétricas. Cociente de Rayleigh.

Tema 7.- **Descomposición en valores singulares.**

- 7.1 Descomposición en valores singulares (DVS) de una matriz. Existencia y determinación de una DVS de una matriz. Propiedades de la DVS. Expresiones de los valores singulares máximo y mínimo de una matriz. Matriz pseudoinversa.
- 7.2 Número de condición espectral de una matriz.
- 7.3 Normas vectoriales y matriciales. Normas en $\mathbb{C}^{m \times n}$ ($\mathbb{R}^{m \times n}$) o \mathbb{C}^n (\mathbb{R}^n). Normas matriciales inducidas por normas vectoriales.