

Titulación: Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

Curso 2015/16

Programa de la asignatura de Álgebra. Primer semestre, 6 créditos ECTS

Tema 1. Los espacios vectoriales \mathbb{R}^n y \mathbb{C}^n

- 1.1. Definición. Combinaciones lineales. Clausura lineal. Dependencia e independencia lineal. Subespacios vectoriales.
- 1.2. Bases. Dimensión. Intersección y suma de subespacios. Suma directa. Subespacios suplementarios. La relación de Grassmann.

Tema 2. Matrices y sistemas lineales.

- 2.1. Matrices. Aplicaciones lineales. Composición de aplicaciones lineales y producto matricial.
- 2.2. Imagen y núcleo de una matriz. Núcleo e inyectividad.
- 2.3. Rango. Operaciones de reducción gaussiana. Matriz de cambio de base.
- 2.4. Sistemas lineales. Estructura de las soluciones. Teorema de Rouché-Frobenius. Resolución de sistemas por reducción gaussiana.

Tema 3. Producto escalar y ortogonalidad.

- 3.1. Producto escalar y norma asociada en \mathbb{R}^n . Desigualdades de Cauchy-Schwarz y triangular.
- 3.2. Ortogonalidad. El suplementario ortogonal. El teorema de la proyección ortogonal. Familias ortogonales. Bases ortonormales. Matrices ortogonales. El método de ortonormalización de Gram-Schmidt. Factorización QR.
- 3.3. Extensión a \mathbb{C}^n .

Tema 4. Proyecciones ortogonales y sus aplicaciones.

- 4.1. Matriz de proyección ortogonal sobre un subespacio.
- 4.2. El problema de mínimos cuadrados. Soluciones de mínimos cuadrados de un sistema. Solución de mínima norma de un sistema compatible indeterminado. Solución de mínimos cuadrados y mínima norma de un sistema.
- 4.3. Matriz de simetría ortogonal respecto a un subespacio.

4.4. El producto vectorial en \mathbb{R}^3 .

4.5. Giros en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 .

Tema 5. Reducción por semejanza de una matriz.

5.1. Matrices semejantes y matrices diagonalizables.

5.2. Valores y vectores propios. Polinomio característico.

5.3. Diagonalización. Teorema de Cayley-Hamilton. Aplicaciones.

Tema 6. Matrices normales.

6.1. Semejanza unitaria y diagonalización unitaria.

6.2. Matrices normales.

6.3. Teorema espectral. Aplicación a matrices hermíticas, antihermíticas y unitarias.
Descomposición espectral.

6.4. Matrices reales simétricas. Cociente de Rayleigh.

Tema 7. Descomposición en valores singulares.

7.1. Descomposición en valores singulares (DVS) de una matriz. Existencia y determinación de una DVS de una matriz. Propiedades de la DVS. Expresiones de los valores singulares máximo y mínimo de una matriz. Matriz pseudoinversa.

7.2. Acotación de errores: número de condición espectral de una matriz.

