

# Álgebra

Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales. Curso 2014/15

Primer semestre, 6 créditos ECTS

Tema 1.- **Los espacios vectoriales  $\mathbb{R}^n$  y  $\mathbb{C}^n$ .**

- 1.1 Definición. Combinaciones lineales. Clausura lineal. Dependencia e independencia lineal. Subespacios vectoriales.
- 1.2 Bases. Dimensión. Intersección y suma de subespacios. Suma directa. Subespacios suplementarios. La relación de Grassmann.

Tema 2.- **Matrices y sistemas lineales.**

- 2.1 Matrices. Aplicaciones lineales. Composición de aplicaciones lineales y producto matricial.
- 2.2 Imagen y núcleo de una matriz. Núcleo e inyectividad.
- 2.3 Rango. Operaciones de reducción gaussiana. Matriz de cambio de base.
- 2.4 Sistemas lineales. Estructura de las soluciones. Teorema de Rouché-Frobenius. Resolución de sistemas por reducción gaussiana.

Tema 3.- **Producto escalar y ortogonalidad.**

- 3.1 Producto escalar y norma asociada en  $\mathbb{R}^n$ . Desigualdades de Cauchy-Schwarz y triangular.
- 3.2 Ortogonalidad. El suplementario ortogonal. El teorema de la proyección ortogonal. Familias ortogonales. Bases ortonormales. Matrices ortogonales. El método de ortonormalización de Gram-Schmidt. Factorización **QR**.
- 3.3 Extensión a  $\mathbb{C}^n$ .

Tema 4.- **Proyecciones ortogonales y sus aplicaciones.**

- 4.1 Matriz de proyección ortogonal sobre un subespacio.
- 4.2 El problema de mínimos cuadrados. Soluciones de mínimos cuadrados de un sistema. Solución de mínima norma de un sistema compatible indeterminado. Solución de mínimos cuadrados y mínima norma de un sistema.
- 4.3 Matriz de simetría ortogonal respecto a un subespacio.
- 4.4 El producto vectorial en  $\mathbb{R}^3$ .
- 4.5 Giros en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ .

Tema 5.- **Reducción por semejanza de una matriz.**

- 5.1 Introducción.
- 5.2 Matrices semejantes y matrices diagonalizables.
- 5.3 Valores y vectores propios. Polinomio característico.
- 5.4 Diagonalización. Teorema de Cayley-Hamilton. Aplicaciones.

## Tema 6.- **Matrices normales.**

- 6.1 Semejanza unitaria y diagonalización unitaria.
- 6.2 Matrices normales.
- 6.3 Teorema espectral. Aplicación a matrices hermíticas, antihermíticas y unitarias. Descomposición espectral.
- 6.4 Matrices reales simétricas. Cociente de Rayleigh.

## Tema 7.- **Descomposición en valores singulares.**

- 7.1 Descomposición en valores singulares (DVS) de una matriz. Existencia y determinación de una DVS de una matriz. Propiedades de la DVS. Expresiones de los valores singulares máximo y mínimo de una matriz. Matriz pseudoinversa.
- 7.2 Número de condición espectral de una matriz.
- 7.3 Normas vectoriales y matriciales. Normas en  $\mathbb{C}^{m \times n}$  ( $\mathbb{R}^{m \times n}$ ) o  $\mathbb{C}^n$  ( $\mathbb{R}^n$ ). Normas matriciales inducidas por normas vectoriales.

## **Bibliografía recomendada**

- J. de Burgos *Álgebra Lineal y geometría cartesiana*. McGraw–Hill. Madrid, 2006.
- J. de Burgos *Álgebra Lineal: definiciones, teoremas y resultados*. García-Maroto. Madrid, 2007.
- S. I. Grossmann, *Álgebra Lineal*. McGraw–Hill. México, 2007.
- Noble B., Daniel J.W. *Álgebra lineal aplicada*. Prentice-Hall Hispanoamericana. México, 1989.
- J. Rojo *Álgebra Lineal*. McGraw–Hill. Madrid, 2001.
- De la Villa A. *Problemas de Álgebra*. Clagsa. Madrid, 1994.
- VV AA *Apuntes de Álgebra (Curso 2014/15)*. Disponibles en Reprografía y en Moodle.