

# Matemáticas de la Especialidad Materiales

Grado en Ingeniería Industrial. Curso 2013/2014

Segundo semestre; 4,5 créditos ECTS

## Programa

### Fundamentos de los métodos numéricos en la ingeniería

- Conceptos básicos
- Representación de un número en formato estándar IEEE
- Aritmética en un ordenador
- Evaluación de errores
  - Error de cancelación
  - Errores en algoritmos
    - Solución de una ecuación cuadrática
    - Aproximación de la derivada
    - Una suma de infinitos sumandos
    - Polinomios de Wilkinson

### Fundamentos de álgebra lineal numérica

- Operaciones con matrices
  - Producto de una matriz por un vector
  - Producto de dos matrices
    - Fórmula de Strassen
- Normas
  - Vectoriales
  - Matriciales
- Condicionamiento de sistemas de ecuaciones

### Sistemas de ecuaciones lineales. Métodos directos de solución

- El problema a resolver; consideraciones teóricas
- Eliminación de Gauss
  - Pivotación
  - Algoritmo
  - Número de operaciones
  - Método de Gauss-Jordan
- Matlab y los sistemas de ecuaciones lineales
- Factorización LU
  - Métodos explícitos para su obtención
    - Método de Crout
    - Método de Doolittle
  - Matlab y la factorización LU
- Solución de sistemas modificados
- Refinamiento iterativo
- Sistemas con matrices especiales
  - Matrices simétricas
    - Factorización  $LDL^T$
    - Factorización de Cholesky: matrices simétricas definidas positivas
      - ◊ Matlab y la factorización de Cholesky

- Matrices simétricas semidefinidas positivas
- Matrices simétricas indefinidas

### **Mínimos cuadrados lineales**

- Fundamentos teóricos
  - Sistemas incompatibles. Ecuaciones normales
  - Sistemas indeterminados
- Resolución numérica del problema
  - Método de Gram-Schmidt
  - Método de Gram-Schmidt modificado
  - Factorización QR
  - Descomposición numérica en valores singulares
  - Comparación de los métodos
- Matlab y la solución de problemas de mínimos cuadrados

### **Interpolación y aproximación de funciones**

- Interpolación polinómica
  - Polinomios de Lagrange
  - Polinomios de Newton
  - Polinomios Ortogonales
- Interpolación polinomial por trozos
  - Interpolación de Hermite
  - Interpolación de splines cúbicas

### **Interpolación trigonométrica y la transformada de Fourier**

- Interpolación trigonométrica
- Números complejos
- Transformada de Fourier Discreta
- Transformada Rápida de Fourier
- Interpolación Trigonométrica con la Transformada Rápida de Fourier

### **Sistemas lineales de grandes dimensiones: Matrices dispersas**

- Matrices dispersas
- Almacenamiento en ordenador de matrices dispersas
- Operaciones algebraicas elementales con matrices dispersas
- Solución de grandes sistemas lineales de matriz dispersa
- Matrices dispersas simétricas y eliminación de Gauss
  - Nociones básicas sobre grafos
  - Interpretación mediante grafos de la eliminación de Gauss
  - El algoritmo de grado mínimo
  - El algoritmo de Cuthill-McKee
- Matrices dispersas no simétricas y eliminación de Gauss
- Mínimos cuadrados
- Software para matrices dispersas

### **Sistemas de ecuaciones lineales. Métodos iterativos de solución**

- Velocidad o rapidez de convergencia
- Método de Jacobi
- Método de Gauss-Seidel
- Métodos de relajación
- Métodos de dirección de descenso (minimización)
  - Obtención de direcciones de descenso
  - Método de los gradientes conjugados
- Comparación numérica de los métodos

## **Cálculo de valores propios, vectores propios y valores singulares**

- Apuntes teóricos sobre valores y vectores propios
  - Propiedades de los valores propios
- Tipos de matrices y valores propios
- Triangularización de Schur y aplicaciones
- Localización de valores propios
- Obtención numérica
  - Método de Jacobi
  - Método de la iteración de potencia
  - Método de la iteración inversa
  - Iteración mediante cociente de Rayleigh
  - Deflación
  - Iteración simultánea
  - Iteración QR
  - Subespacios de Krylov
  - Comparación de los métodos
- Cálculo de valores singulares

## **Sistemas de ecuaciones no lineales**

- El problema
- Sistemas de una ecuación y una variable
  - Método de la bisección
  - Método de Newton
  - Variantes del método de Newton
  - Método de Müller
- Sistemas de ecuaciones no lineales
  - Método de Newton-Raphson
  - Variantes del método de Newton
  - Métodos cuasi Newton

## **Mínimos cuadrados no lineales**

- Definición del problema
  - Estimación del estado de sistemas eléctricos
- Resolución numérica del problema
  - Método de Gauss-Newton
  - Método de Levenberg-Marquardt
  - Método de Newton

## **Introducción a la Optimización: Programación no lineal sin condiciones**

- El problema
- Condiciones de mínimo
- Métodos de dirección de descenso
  - Método del gradiente o de la máxima pendiente
  - Método de Newton
  - Métodos de Newton amortiguado y de Región de Confianza
  - Método de los gradientes conjugados
  - Métodos cuasi Newton

## **Derivación e integración de funciones**

- Derivación numérica de funciones
  - Fórmulas centradas de segundo orden o superior
  - Extrapolación de Richardson

- Fórmulas derivadas del polinomio de interpolación de Newton
- Derivación simbólica con Matlab
- Integración de funciones
  - Fórmulas de Newton-Cotes
  - Fórmulas abiertas y cerradas
  - Método de Romberg
  - Cuadratura de Gauss-Legendre
  - Cuadratura adaptativa

### **Integración de ecuaciones diferenciales ordinarias**

- Integración numérica de EDOs (ODEs)
  - Método de Euler
  - Mejoras en el método de Euler
  - Método de Taylor
  - Métodos de Runge-Kutta
  - Métodos implícitos y problemas stiff

### **Integración de ecuaciones diferenciales ordinarias con condiciones de contorno o frontera**

- El método del disparo
- El método de las diferencias finitas
- Métodos de colocación y de elementos finitos

### **Solución de ecuaciones en derivadas parciales**

- Métodos de solución. Ecuaciones parabólicas
  - Método de las diferencias adelantadas
  - Método de las diferencias atrasadas
  - El método de Crank-Nicolson
- Métodos de solución. Ecuaciones hiperbólicas
- Métodos de solución. Ecuaciones elípticas
  - Método de las diferencias finitas
  - Método de los Elementos Finitos
- Métodos para EDP no lineales

### **Optimización Lineal: Introducción a la Programación Lineal**

- Formulación
- Definiciones y formas de programas lineales
- Historia
- Ejemplos de programas lineales
- Consideraciones geométricas
- Polítopos
- Puntos extremos y soluciones básicas factibles
  - Teorema fundamental de la programación lineal

### **Programación Lineal: El método Simplex**

- Condiciones de punto óptimo
- Mejora de una solución básica factible
- El algoritmo Simplex
  - Degeneración y ciclado
- Solución básica factible inicial
- Análisis de sensibilidad
- El método Simplex para variables acotadas
- Implementaciones comerciales del método Simplex
  - El método Simplex en forma de “tableau”

- Otras variantes y mejoras del Símplex
- Complejidad computacional del método Símplex

### **Dualidad en Programación Lineal. Métodos de puntos interiores**

- Dualidad
- Dualidad y condiciones de óptimo
  - Condiciones de Karush-Kuhn-Tucker
- El algoritmo dual del Símplex
- Métodos de punto interior
  - Formulación del procedimiento general

### **Optimización o Programación no lineal con condiciones**

- Introducción y planteamiento
- Condiciones de Karush-Kuhn-Tucker
- Algoritmos
  - Programación Cuadrática
  - Programación Cuadrática Secuencial
  - Métodos de puntos interiores

## **Bibliografía recomendada**

- Apuntes de clase en: [www.jldelafuenteoconnor.es](http://www.jldelafuenteoconnor.es)
- *Applied Numerical Methods with Matlab for Engineers and Scientists*. Chapra, S.C. Third Edition, McGraw-Hill, 2012.
- *Numerical Mathematics*. Quarteroni, A., Sacco, R. y Saleri, F., Springer, 2007.
- *Aprenda Matlab 7.0 como si estuviera en primero*. Javier García de Jalón. UPM, ETSII.
- *Numerical Methods in Finance and Economics. A MATLAB-Based Introduction*. Brandimarte, P. Second Edition. John Wiley and Sons, 2006.
- *Scientific Computing. An Introductory Survey*. Heath, M. Second Edition. McGraw-Hill, 2002.