

Métodos Matemáticos de Especialidad. GITI
Especialidad de Construcción

Programa de la asignatura

1. Programa resumido

Módulo 1. Algunas herramientas numéricas para la ingeniería.

- Tema 1. Introducción al cálculo numérico.
- Tema 2. Interpolación y aproximación.
- Tema 3. Diferenciación e integración numérica.
- Tema 4. Resolución numérica de sistemas de ecuaciones algebraicas lineales.
- Tema 5. Resolución numérica de ecuaciones y sistemas no lineales.
- Tema 6. Métodos numéricos para problemas de valor inicial en EDOs.
- Tema 7. Introducción a las técnicas numéricas de optimización.

Módulo 2. El método de los elementos finitos (MEF) en problemas lineales.

- Tema 8. Formulación débil en problemas estacionarios: aplicación a la barra axial y a la conducción del calor.
- Tema 9. El método de Galerkin.
- Tema 10. Introducción al Método de los Elementos Finitos (MEF).
- Tema 11. El enfoque local en el MEF.
- Tema 12. El MEF en problemas de evolución.

2. Programa detallado

Tema 1. Introducción al cálculo numérico.

- Utilidad y objetivo del cálculo numérico.
- Aritmética del ordenador. Notación científica normalizada. Errores de redondeo y de truncamiento.
- Problema bien planteado. Condicionamiento de un problema. Estabilidad de algoritmos.
- Coste computacional de algoritmos.

Tema 2. Interpolación y aproximación.

- Introducción. Interpolación unidimensional. Interpolación polinómica.
- Aproximación continua. Mínimos cuadrados lineales continuos.
- Aproximación discreta. Mínimos cuadrados discretos lineales y no lineales.

Tema 3. Diferenciación e integración numérica.

- Fórmulas de cuadratura.
- Fórmulas de Newton-Cotes.
- Cuadratura gaussiana.
- Cuadratura multidimensional

Tema 4. Resolución numérica de sistemas de ecuaciones algebraicas lineales.

- Repaso de nociones de Álgebra Lineal: Rango de una matriz. Existencia e unicidad de solución a un sistema de ecuaciones.
- Eliminación Gaussiana y factorización LU . Pivoteo.
- Factorización de Cholesky.
- Condicionamiento de un sistema: normas matriciales inducidas, sensibilidad de la solución de un sistema a cambios en el término independiente. Número de condición.
- Cálculo de la inversa y del determinante de una matriz.
- Pseudosoluciones por mínimos cuadrados.

Tema 5. Resolución numérica de ecuaciones y sistemas no lineales.

- Cuestiones sobre existencia e unicidad de solución: ecuaciones escalares frente a sistemas.
- Métodos para ecuaciones escalares: métodos de la bisección, Newton y de la secante.
- Método de Newton para sistemas de ecuaciones.

Tema 6. Métodos numéricos para problemas de valor inicial en ODEs

- Derivación numérica.
- Esquemas numéricos para PVI: ideas generales y clasificación.
- Algunos métodos numéricos: métodos de Euler implícito y explícito. Métodos de Runge-Kutta.
- Aplicación a los problema de la conducción del calor y de la barra axial.
- Estabilidad de los esquemas numéricos.

Tema 7. Introducción a las técnicas numéricas de optimización sin restricciones.

- Problemas de optimización: clasificación e ideas generales.
- Direcciones de descenso.
- Condiciones necesarias y suficiente de extremo local. Caso de objetivos cuadráticos.
- Características generales de los algoritmos. Convergencia local y global.
- El método de Newton. Análisis y posibles modificaciones. Métodos cuasi-Newton.

Tema 8. Formulación débil en problemas estacionarios: aplicación al problema de la barra axial y el problema de la conducción del calor.

- Introducción.

- Espacios vectoriales. Aplicaciones lineales. Formas lineales, bilineales y cuadráticas. Normas y producto escalar.
- El problema fuerte de la barra axial. Integración por partes. Problema débil.
- El problema fuerte en la conducción del calor. Fórmulas de Green. Problema débil.
- Relaciones entre el problema fuerte y el problema débil.
- Condiciones de frontera naturales y esenciales.

Tema 9. El método de Galerkin

- Motivación y planteamiento
- Interpretación del método. Proyección ortogonal y mejor aproximación por un subespacio. Principio de ortogonalidad de Galerkin.
- Resolución práctica del problema de Galerkin. Sistema de ecuaciones asociado. Matriz de rigidez y vector de fuerzas.

Tema 10. Introducción al Método de los Elementos Finitos (MEF).

- Ideas generales del MEF.
- El MEF en el problema de la barra axial: trabajo con funciones lineales a trozos.

Tema 11. El enfoque local en el MEF.

- Definición de un elemento y construcción de una base. Grados de libertad.
- Elementos unidimensionales. Algunos elementos bidimensionales.
- Regularidad interelementos.
- Tratamiento de las condiciones de frontera esenciales.
- Problema de Galerkin y sistema de ecuaciones
- Introducción a la integración numérica. Fórmulas de cuadratura uni y bidimensionales.
- Cálculo de las integrales sobre cada elemento: Cambio de variable y trabajo en el elemento estándar. Uso de fórmulas de cuadratura numérica.
- Cálculo de las integrales en el problema de la barra axial.
- Ensamblaje de la matriz de rigidez y del vector de fuerzas.
- Trabajo con el sistema ampliado.
- La técnica isoparamétrica. Elementos triángulos y cuadriláteros.
- Cálculo de las integrales en el problema de la conducción del calor.
- Postprocesado

Tema 12. El MEF en problemas de evolución.

- Problemas fuerte, débil y de Galerkin. Aplicación al problema de la barra axial.
- Sistema de EDOs asociado.
- Ensamblaje.
- Fuentes del error en el MEF.

3. Bibliografía

3.1. Bibliografía básica

Cálculo numérico general

- Kincaid, D., W. Cheney (1994). *Análisis Numérico: las Matemáticas del Cálculo Científico*. Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington.
- De La Fuente, J.L. (1998). *Tecnologías Computacionales para Sistemas de Ecuaciones, Programación Lineal y Programación Entera*. Reverté, Barcelona.

Método de los Elementos Finitos

- Hughes, T.J.R. (2000). *The Finite Element Method. Linear Static and Dynamic Analysis*. Dover, New York.
- Johnson, C. (1987). *Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method*. Cambridge University Press.
- Zienkiewicz, O.C., R.L. Taylor (1993). *El método de los elementos finitos. vol. 1. Formulación básica y problemas lineales*. McGraw-Hill, Madrid.

3.2. Bibliografía complementaria

Cálculo numérico general

- Burden, R. L., J. D. Faires (2004). *Métodos Numéricos*. Thompson.
- Los “tutorials” de MatLab de Cleave Moler en: <http://www.mathworks.es/moler/chapters.html>.

Método de los Elementos Finitos

- Huebner, H., E.A. Thornton, T.G. Byron (1995). *The Finite Element Method for Engineers*. John Wiley and Sons.
- Strang, G., G.J. Fix (1973). *An Analysis of the Finite Element Method*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Kwon, Y.W., H. Bang (1997). *The Finite Element Method Using MATLAB*. CRC Press, London.